

### Untersuche auf Stetigkeit

Die abzählbare Menge der rationalen Zahlen im Intervall  $I = [0, 1]$  werde als eine unendliche Folge  $\{r_n\}_{n \geq 1}$  geschrieben. Mit der Bezeichnung

$$A(x) = \{n \mid n \in \mathbb{N}, r_n \leq x\} \quad \text{für } x \in I$$

definieren wir die Funktion  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$f(x) = \sum_{n \in A(x)} \frac{1}{2^n}.$$

Beweisen Sie:

- a) Die Funktion  $f$  ist auf  $I$  monoton wachsend.
- b) Die Funktion  $f$  ist an den irrationalen Stellen in  $I$  stetig und an den rationalen Stellen in  $I$  unstetig.